

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 16 febbraio 2016



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{16 - x^2} \cdot \log(x^2 - 2x - 3)$$

Dominio	$E = [-4, -1) \cup (3, 4]$
Positività	$P = (-4, 1 - \sqrt{5}) \cup (1 + \sqrt{5}, 4)$
Intersezioni	$A(-4; 0) \quad B(4; 0) \quad C(1 - \sqrt{5}; 0) \quad D(1 + \sqrt{5}; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{4(1-x) \cdot (1+x)}{(x^2 + 1)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(1; 3) \quad m(-1; -1) \quad \text{cresce in } (-1, 1)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(1+x)}{x^2 + 2x + 2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-2x \cdot (x+2)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; \log 2); \quad F_2(0; \log 2)$ convessa in $(-2, 0)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^4 + 4x^2 + 5}}{3x^2 - 9x + 6}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{1, 2\}$
As. verticali	$x = 1, x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2/3$

Domande teoriche

- 1) Definizione di differenziale con interpretazione grafica (punti 3)
- 2) La definizione di limite nel caso degli asintoti verticali (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left(\frac{4x + 2\sqrt{x} + 1}{x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int (x^2 + 4) \cdot e^{3x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $4\sqrt{x} + 4x + \log x$ $4\sqrt{2} + \log 2 \approx 6,35$
Integrale indefinito	$\frac{1}{27} e^{3x} \cdot (9x^2 - 6x + 38) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ k \cdot x + 4y + z = -k \\ -4x + k \cdot y - 2z = -4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 2$: incompatibile $k = 6$: indeterminato $k \neq 2; 6$: sol. unica
Soluzioni	$y = -\frac{4}{7}(x+2); z = -\frac{2}{7}(13x+5); x \in \mathbb{R}$ $x = \frac{2+k}{2-k}; y = 0; z = \frac{4k}{k-2}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 + 3x \cdot y + y^2 + 4x + 2y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 2y = -2$

Derivate parziali	$f_x = 8x + 3y + 4 \quad f_y = 3x + 2y + 2$
Estremi liberi	$m(-2/7; -4/7) \quad z = 6/7 \quad H = 7$
Estremi vincolati	$m(-1/4; -1/2) \quad \lambda = 1/8 \quad z = 7/8$ $H = -16$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli e le sue conseguenze (punti 4, 4*)
- 4) Il rango di una matrice (punti 3*)
- 5) Definizione di estremi liberi e vincolati (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.